

Exercice 1 :

a) l'expression de p_5 : $p_5 = 2 \times \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 5} + \frac{1 \times 2 \times 3}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4}{3 \times 5 \times 7 \times 9} + \frac{1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5}{3 \times 5 \times 7 \times 9 \times 11} \right)$

b) Les arrondis

Expression	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
Arrondis au millième	2,667	2,933	3,048	3,098	3,122

Ex : de $p_3 \approx 3,047619...$ (affichage calculette), donc $3,047 < p_3 < 3,048$ et p_3 est plus proche de 3,048

c) Calcul de la valeur exacte de p_3 (début de la formule d'EULER)

$$p_3 = 2 \times \left(1 + \frac{1}{3} + \frac{1 \times 2}{3 \times 5} + \frac{1 \times 2 \times 3}{3 \times 5 \times 7} \right)$$

$$p_3 = 2 \times \left(\frac{1 \times 3 \times 5 \times 7}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1 \times 5 \times 7}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1 \times 2 \times 7}{3 \times 5 \times 7} + \frac{1 \times 2 \times 3}{3 \times 5 \times 7} \right)$$

$$p_3 = 2 \times \left(\frac{105}{105} + \frac{35}{105} + \frac{14}{105} + \frac{6}{105} \right)$$

$$p_3 = 2 \times \left(\frac{105+35+14+6}{105} \right)$$

$$p_3 = 2 \times \frac{160}{105}$$

$$p_3 = \frac{320}{105} = \frac{5 \times 64}{5 \times 21}$$

donc $p_3 = \frac{64}{21}$

d) Un encadrement d'amplitude un centième de p_3
 $3,04 < p_3 < 3,05$

Exercice 2 :

$$B = \left(1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) \times \frac{2}{5}$$

est l'expression du partage.

$$B = \left(\frac{1 \times 3 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 4}{3 \times 4} - \frac{1 \times 3}{4 \times 3} \right) \times \frac{2}{5}$$

$$B = \left(\frac{12-4-3}{12} \right) \times \frac{2}{5}$$

$$B = \frac{5}{12} \times \frac{2}{5}$$

$$B = \frac{5 \times 2}{6 \times 2 \times 5} \text{ soit } B = \frac{1}{6}$$

Exercice 3 :

Développer et réduire A

$$A = (3x-2)(x+4)$$

$$A = 3x^2 + 12x - 2x - 8$$

$$A = 3x^2 + 10x - 8$$

Test du calcul : je tape

$$T = (3x-2)(x+4) - (3x^2 + 10x - 8)$$

sans oublier les parenthèses. Puis avec la fonction calc de la calculatrice je donne plusieurs valeurs à x. T doit toujours être égal à 0.

Calculer A pour $x = \frac{2}{3}$

Méthode 1 :

$$A = \left(3 \times \frac{2}{3} - 2 \right) \left(\frac{2}{3} + 4 \right)$$

$$A = (2 - 2) \left(\frac{2}{3} + 4 \right)$$

$$A = 0 \times \left(\frac{2}{3} + 4 \right) \text{ ou } 0$$

Méthode 2 :

$$A = 3x^2 + 10x - 8$$

$$A = 3 \times \left(\frac{2}{3} \right)^2 + 10 \times \frac{2}{3} - 8$$

$$A = 3 \times \frac{4}{9} + \frac{20}{3} - 8$$

$$A = \frac{4}{3} + \frac{20}{3} - \frac{24}{3}$$

$$A = 0$$

Question : la méthode 2 présente un risque. Lequel ?

Exercice 4 :

Calculer l'aire du trapèze

$$A = \frac{(b+B) \times h}{2}$$

$$A = \frac{\left(\frac{7}{3} + \frac{9}{2} \right) \times 4}{2}$$

$$A = \frac{\left(\frac{7 \times 2}{3 \times 2} + \frac{9 \times 3}{2 \times 3} \right) \times 4}{2}$$

$$A = \frac{\left(\frac{14}{6} + \frac{27}{6} \right) \times 4}{2}$$

$$A = \frac{41 \times 4}{6 \times 2}$$

$$A = \frac{41}{6} \times 4 \times \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{41 \times 4 \times 1}{2 \times 3 \times 2}$$

$$A = \frac{41}{3} \text{ cm}^2$$

$$A \approx 13,67 \text{ cm}^2$$

(arrondi au mm² !)

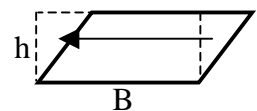
Rappels : l'aire est la mesure de la surface.

l'aire d'un rectangle

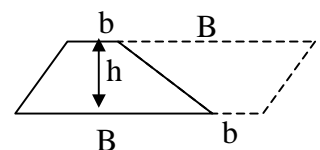
$$\text{Aire} = L \times l$$

l'aire du parallélogramme est égale à l'aire du rectangle associé : $A = B \times h$

l'aire du trapèze est la moitié de l'aire du parallélogramme associé. $A = (b+B) \times h \div 2$



l'aire du trapèze est la moitié de l'aire du parallélogramme associé. $A = (b+B) \times h \div 2$



Exercice 5 :

Calculer puis donner le résultat sous forme de fraction irréductible.

$$A = \frac{7}{18} \times \frac{2}{7} - \left(\frac{5}{3} - 1 \right)^2$$

$$A = \frac{7 \times 2}{9 \times 2 \times 7} - \left(\frac{5}{3} - \frac{3}{3} \right)^2$$

$$A = \frac{1}{9} - \left(\frac{2}{3} \right)^2$$

$$A = \frac{1}{9} - \frac{4}{9}$$

$$A = \frac{-3}{9} \text{ soit } A = -\frac{1}{3}$$

$$B = \frac{3}{4} + \frac{5}{8} \times \frac{3}{10}$$

$$B = \frac{3}{4} + \frac{5 \times 3}{8 \times 2 \times 5}$$

$$B = \frac{3}{4} + \frac{3}{16}$$

$$B = \frac{3 \times 4}{4 \times 4} + \frac{3}{16}$$

$$B = \frac{12}{16} + \frac{3}{16} \text{ soit } B = \frac{15}{16}$$

$$C = \frac{\frac{2}{5}}{3 - \frac{7}{10}}$$

$$C = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{3 \times 10}{10} - \frac{7}{10}}$$

$$C = \frac{\frac{2}{5}}{\frac{23}{10}}$$

$$C = \frac{2}{5} \times \frac{10}{23} = \frac{2 \times 2 \times 5}{5 \times 23} \text{ soit } C = \frac{4}{23}$$

Exercice 6 :

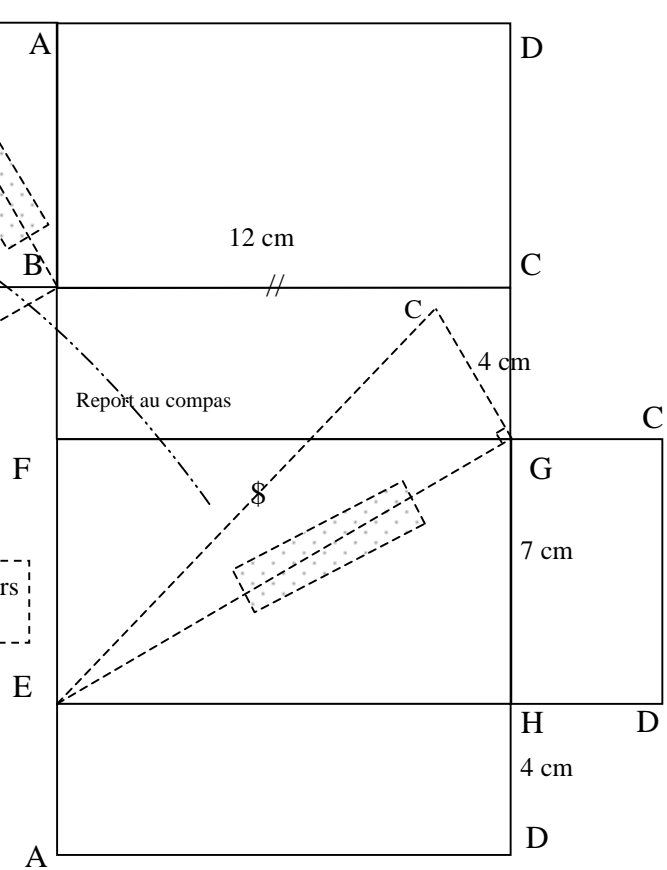
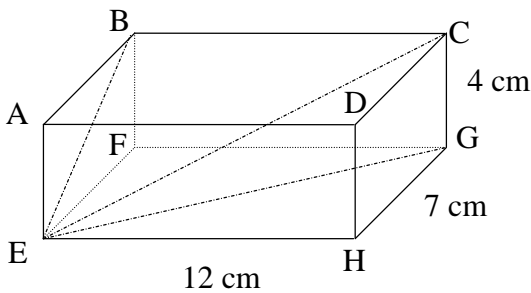
- a) Réaliser puis découper un patron du parallélépipède rectangle

Ech : 1/2

Note 1 : ne pas oublier d'indiquer l'échelle

Note 2 : ne pas effacer les traits de construction

Note 3 : On peut construire les triangles sans calculer les longueurs des côtés. On récupère les côtés directement sur le patron.



b) Calcul de EB et EC.

Note : Les constructions sont à l'échelle 1/2, cependant les calculs sont faits avec les vraies valeurs Dans un parallélépipède rectangle toutes les faces sont rectangulaires.

Calcul de EB.

J'applique la propriété de Pythagore dans le triangle EFB rectangle en F de la face ABFE.

$$EB^2 = EF^2 + FB^2$$

$$EB^2 = 7^2 + 4^2$$

$$EB^2 = 49 + 16$$

$$EB^2 = 49 + 16$$

$$EB^2 = 65 \text{ et } EB \text{ positif}$$

Autre rédaction possible : dans le triangle EFB rectangle en F l'égalité de Pythagore est vérifiée

$$EB = \sqrt{65} \text{ cm}$$

(non demandée : $EB \approx 8,1 \text{ cm}$)

Calcul de EG.

En appliquant de la même manière la propriété de Pythagore dans le triangle EHG rectangle en F de la face ABFE j'obtiens

$$EG = \sqrt{193} \text{ cm} \text{ (c'est la valeur exacte !)}$$

(non demandée : $EG \approx 13,9 \text{ cm}$)

Note : ne pas oublier les unités dans les valeurs exactes

Ces résultats me semblent cohérents avec le patron du solide car si je mesure ces segments sur le patron et que je multiplie mes mesures par 2 j'obtiens approximativement ces valeurs. (Remarque : cela ne signifie pas qu'elles soient justes, mais cela signifie qu'elles ne semblent pas fausses !)

c) En admettant que le triangle EGC est rectangle, calcule EC.

Dans le triangle EGC rectangle en G j'applique la propriété de Pythagore.

$$EC^2 = EG^2 + GC^2$$

$$EC^2 = (\sqrt{193})^2 + 4^2$$

$$EC^2 = 193 + 16$$

$$EC^2 = 209 \text{ et } EC \text{ positif}$$

$$EC = \sqrt{209} \text{ cm}$$

(non demandée : soit environ 14,5 cm)

d) Je trace les triangles EBC et CGE sur la copie à l'échelle 1/2. Puis une copie est ajoutée au patron de la question a) : (cf. en haut de cette page.)

f) En utilisant des valeurs trouvées à la question b) montre que le triangle EBC est rectangle.

D'une part (*)

$$EC^2 = (\sqrt{209})^2 = 209$$

d'autre part (**)

$$EB^2 + BC^2 = (\sqrt{65})^2 + 12^2 = 65 + 144 = 209$$

Remarques :

la présentation avec des calculs séparés est la plus claire
Attention : On ne doit utiliser que les valeurs exactes.

(*) Je calcule le carré de la longueur du plus grand côté.

(**) Je calcule la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés.

(A retenir pour la suite) la racine carrée d'un nombre positif a est le nombre positif dont le carré vaut a
Je constate que $EC^2 = EB^2 + BC^2$

L'égalité de Pythagore est vérifiée donc le triangle est rectangle et le plus grand côté est son hypoténuse.
(autre rédaction possible : d'après la propriété réciproque de la propriété de Pythagore le triangle EBC est rectangle en B.

g) Calcule la valeur arrondie à l'unité de la mesure de l'angle \widehat{GEH}

La face EHGF est rectangulaire donc le triangle GEH est rectangle en H. Dans ce triangle on a :

$$\begin{aligned} \cos \widehat{GEH} &= \frac{L.C. Adjacent}{l.Hypoténuse} \\ &= \frac{EH}{EG} \\ &= \frac{12}{\sqrt{193}} \quad (\text{note : il n'y a pas d'unité..}) \end{aligned}$$

ainsi mesure $\widehat{GEH} \approx 30^\circ$

Suivant les calculatrices je tape :
seconde cos ou inv.cos ou arcos.

Je contrôle mon résultat en mesurant l'angle sur le patron. Mon résultat est cohérent avec la construction

Exercice 7 :

a) J'appelle N le Nombre d'oiseaux-mouches pour équilibrer la balance.

$$N = \frac{1,2 \times 10^4}{2 \times 10^{-3}} \quad \left| \quad N = \frac{12}{2} \times \frac{10^{-1} \times 10^4}{10^{-3}} \quad \left| \quad N = 6 \times 10^{-1+4-(-3)} \quad \left| \quad N = 6 \times 10^6$$

b) L'écriture décimale du nombre $\frac{10^4+1}{10^4}$ est 1,0001 (en effet $\frac{10^4+1}{10^4} = \frac{10^4}{10^4} + \frac{1}{10^4} = 1 + 10^{-4}$)

c) Le résultat exact est $1+10^{-16}$

Ma calculatrice ne peut pas afficher 16 chiffres après la virgule donc elle arrondit le résultat à 1

Exercice 8 :

	1	2	3	4	5
A	2	1	3	2	4
B	1	4	3	3	6
C	8	4	3	2	4
D	4	9	1	2	0
E	8	6	4	5	6

On donne : a = 2 b = 3 c = 5

Horizontalement

A : bd, a^5 , g - d
B : $13g$, $(ab)^2$
C : $f - a^2$, $48b^2$, $d^2 - b^2c$
D : d^2 , acf
E : $2(f - e)$, e^2 , a^3d

Verticalement :

1 : $\frac{g+b^2}{2c}$, ab^2 , abe
2 : f^2 , ef
3 : bg, b, ad
4 : $a^4 + d$, $(b + f)^2$
5 : $d^2 - b$, ce, f - ab

Seuls les dix premiers calculs étaient demandés sur la copie.

en A : $a^5 = 2^5 = 32$ en B : $(ab)^2 = (2 \times 3)^2 = 36$
en C : $48b^2 = 48 \times 9 = 432$ en 1 : $ab^2 = 2 \times 9 = 18$

en 4 : puisque $a^4 + d = 23$ donc $2^4 + d = 23$
donc $d = 23 - 16 = 7$

En 5 : $d^2 - b = 7^2 - 3 = 46$

En A : $bd = 3 \times 7 = 21$

En A : $g - d = 4$ donc $g = 11$

En B : $13g = 13 \times 11 = 143$ on retrouve bien

qu'en 1 : $\frac{g+b^2}{2c} = 2$

En C : $f - a^2 = 8$ donc $f = 8 + 4 = 12$

En C : $d^2 - b^2c = 7^2 - 3^2 \times 5 = 4$

En D : $d^2 = 7^2 = 49$

En D : $acf = 2 \times 5 \times 12 = 120$

En E : $a^3d = 2^3 \times 7 = 56$

En 3 : $ad = 14$

En 5 : $ce = 40$ donc $e = 40/5 = 8$

En 1 : $abe = 48$

En 2 : $ef = 8 \times 12 = 96$