Correction du devoir

Exercice 1

1°) Calculer A et écrire la réponse sous forme de fraction irréductible.

$$A=\frac{12}{5}-\frac{3}{5}\times\frac{7}{9}$$

$$A=\frac{12\times3}{5\times3}-\frac{3\times7}{5\times3\times3}$$

$$A=\frac{36}{15}-\frac{7}{15}$$

$$\boxed{A=\frac{29}{15}}$$

2°) Calculer B et écrire la réponse sous forme d'un entier relatif.

$$B=\left(\frac{2}{3}-3\right)^2\div\frac{1}{9}$$

$$B=\left(\frac{2}{3}-\frac{9}{3}\right)^2\times9$$

$$B=\left(-\frac{7}{3}\right)^2\times9$$

$$B=\frac{49}{9}\times9$$

$$\boxed{B=49}$$

Tous ces résultats doivent être testés à la calculatrice

Exercice 2

Calculer chaque expression. On donnera chaque résultat sous forme d'écriture scientifique.

$C = 27 \times 10^{-3} + 0,36 + 0,0038 \times 10^{2}$

$C = 0,027 + 0,36 + 0,38$

$C = 0,767$

$\boxed{C = 7,67 \times 10^{-1}}$

Rappel : l'écriture scientifique est de la forme $a\times10^{n}$ avec $1\leq a<10$

$$D=\frac{0,8\times10^{-6}\times1,5\times10^{8}}{2\times\left(10^{3}\right)^{3}}$$

$$D=\frac{8\times10^{-1}\times10^{-6}\times15\times10^{-1}\times10^{8}}{2\times10^{9}}$$

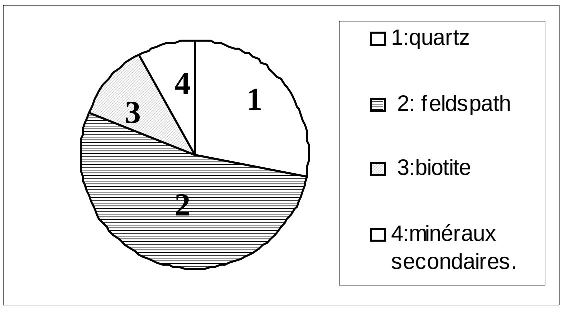
$$D=\frac{8\times15}{2}\times\frac{10^{-1}\times10^{-6}\times10^{-1}\times10^{8}}{10^{9}}$$

$$D=\frac{8\times15}{2}\times10^{(-1)+(-6)+(-1)+8-9}$$

Soit $\boxed{D = 6 \times 10^{-8}}$

Exercice 3 (d'après groupe Ouest, juin 2001) 3 pts

Un bloc de granite est composé de : 28 % de quartz ;
53 % de feldspath ; 11 % de biotite ;
et 19,2 dm^3 de minéraux secondaires.



1°) diagramme circulaire

Soit x le pourcentage de minéraux secondaires la somme des pourcentages devant être égale à 100 on a

$28+11+53+x = 100$

$92+x = 100$

$x = 100 – 92$

$x = 8\%$

Dans ce diagramme circulaire, la mesure de l'angle au centre est proportionnelle au pourcentage. Le tableau suivant est donc un tableau de proportionnalité.

Pourcentage	28	53	11	8	100
Mesure de l'angle* (degré)	x≈101	y≈191	z≈40	t≈29	360

* : arrondie au degré.

Exemple pour le calcul de x.

le tableau extrait suivant un tableau de proportionnalité.

Pourcentage	28	100
Mesure de l'angl	x	360

ainsi les produits en croix sont égaux.

$100 \times x = 28 \times 360$

$x = \frac{28\times360}{100}$

ainsi la mesure de l'angle cherchée est 100,8° ou 101°(arrondi à l'unité)

2°) Soit « v » le volume du bloc.
Le volume est proportionnel au pourcentage donc le tableau suivant est un tableau de proportionnalité

Pourcentage	8	100
Volume	19,2	v

alors $v = \frac{19,2\times100}{8} = 240$

Le bloc a un volume de 240 dm^3 soit 0,240 m^3

3°) Masse du bloc de granite.
1m^3 de ce granite a une masse de 2,6 tonnes.
Le volume est proportionnel à la masse donc

$M = 0,240 \times 2,6$

$M = 0,624$ tonne

Exercice 4 (2 pts):

On considère l'équation : $4x + 7 = 2 - 3(x+\frac{1}{7})$

1°) Le nombre (-1) est-il solution de cette équation ?
Si x = -1 alors *faire des calculs séparés*

$4x+7 = 4\times(-1) + 7 = 3$ (ou $\frac{3}{1}$) et

$2 - 3(x+\frac{1}{7}) = 2 - 3(-1+\frac{1}{7}) = \frac{32}{7}$

Les produits en croix ne sont pas égaux ($3\times7 \neq 1\times32$) donc ces deux résultats ne sont pas égaux,
ainsi (-1) n'est pas une solution de l'équation.
(Attention : ne pas prendre de valeurs approchées pour tester si les deux nombres sont égaux…)

2°) Résoudre l'équation

Qu'est-ce que je veux ? qu'est-ce qui me gêne ? comment me débarrasser de ce qui me gêne ?

$4x + 7 = 2 - 3(x+\frac{1}{7})$

$4x + 7 = 2 - 3x - \frac{3}{7}$

$4x + 7 + 3x - 7 = 2 - 3x - \frac{3}{7} - 7 + 3x$

Je développe en 1er pour simplifier l'expression

$7x = -5 - \frac{3}{7}$

$7x = -\frac{35}{7} - \frac{3}{7}$

$7x = -\frac{38}{7}$

$\frac{7x}{7} = -\frac{38}{7}\times\frac{1}{7}$ soit $x = -\frac{38}{49}$

(ne pas oublier de conclure) Après vérification, $-\frac{38}{49}$ est l'unique solution de cette équation.

Obligatoire : <u>Je teste mon résultat à la calculatrice</u> par l'une ou l'autre des méthodes : je tape ..
a) (A*ttention à ne pas oublier les crochets qui sont obligatoires ici.)*

$4x + 7 - [2 - 3(x+\frac{1}{7})]$ $\boxed{\text{calc}}$, j'affecte $-\frac{38}{49}$ à la variable x , puis $\boxed{\text{EXE}}$. La calculatrice affiche alors 0.

J'interprète l'affichage : La différence entre les deux membres de l'égalité semble peu différente de 0.

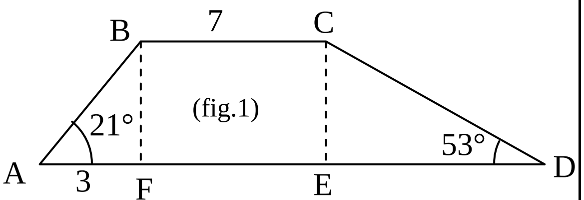
Les deux membres de l'égalité semblent avoir la même valeur pour $x=-\frac{38}{49}$ (autre manière..)

b) $4x + 7$ $\boxed{:}$ $2 - 3(x+\frac{1}{7})$ $\boxed{\text{calc}}$ $-\frac{38}{49}$ puis $\boxed{\text{EXE}}$ la calculatrice affiche le même résultat pour chaque membre.

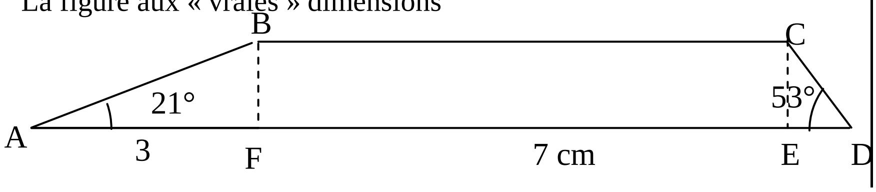
c) Taper dans l'ordre : x ; calc ; $-\frac{38}{49}$; mode vérif ; $4x + 7 = 2 - 3(x+\frac{1}{7})$; exe ; mode comp

<u>Exercice 5 (2 pts):</u>

Calculer le périmètre du trapèze. Les distances sont en cm.
La figure n'est pas aux vraies dimensions (21°<53 !)



La figure aux « vraies » dimensions



<u>Rappel 1 :</u> Le périmètre c'est la longueur du contour d'une surface ; l'aire est la mesure de cette surface.
<u>Rappel 2 :</u> Un trapèze est un quadrilatère possédant deux côtés à supports parallèles. Les carrés et les parallélogrammes sont des trapèzes particuliers
<u>Rappel 3 :</u> Ne pas confondre valeurs exactes et approchées. Quand on demande de calculer une expression, on demande la valeur exacte

Rappel : en trigonométrie je donne dans l'ordre, le nom du triangle, je dis où est l'angle droit, puis la formule

Calcul de AB : Dans le triangle ABF rectangle en F

$$\cos \widehat{BAF} = \frac{l.\ \ c.\ \ adjacent}{l.\ \ Hypoténuse}$$

$$\cos \widehat{BAF} = \frac{AF}{AB}$$

$$\cos\ 21° = \frac{3}{AB} \text{ ainsi } \boxed{AB = \frac{3}{\cos 21°}\text{ cm}}$$

Calcul de BF : Dans le triangle ABF rectangle en F

$$\tan \widehat{BAF} = \frac{l.\ \ c.\ \ opposé}{l.\ \ c.\ \ adjacent}$$

$$\tan \widehat{BAF} = \frac{BF}{AF}$$

$$\tan\ 21° = \frac{BF}{3} \text{ donc } \boxed{BF = 3 \times \tan 21° \text{ cm}}$$

ainsi CE = $3 \times \tan 21°$ cm

Calcul de CD : Dans le triangle CED rectangle en F

$$\sin \widehat{EDC} = \frac{l.c.opposé}{l.\ hypoténuse}$$

$$\sin \widehat{EDC} = \frac{CE}{CD}$$

$$\sin\ 53° = \frac{3\times \tan 21°}{CD}$$

CD $\times$ sin 53° = 3 $\times$ tan 21 °

$$\boxed{CD = \frac{3\times \tan 21°}{\sin 53°}\ \text{cm}}$$

Calcul de ED : Dans le triangle CED rectangle en F

$$\tan \widehat{EDC} = \frac{l.c.opposé}{l.c.\ adjacent}$$

$$\tan \widehat{EDC} = \frac{CE}{ED}$$

$$\tan\ 53° = \frac{3\times \tan 21°}{ED}$$

ED $\times$ tan 53° = 3 $\times$ tan 21°

$$\boxed{ED = \frac{3\times \tan 21°}{\tan 53°}\ \text{cm}}$$

Je teste la cohérence de la figure avec les mesures trouvées en donnant l'arrondi au dixième de chaque valeur trouvée et en mesurant sur la figure.

P = Périmètre de ABCD = AB + BC + CD + DE + EF + FA

$$\boxed{P = \frac{3}{\cos\ 21°} + 7 + \frac{3\times \tan 21°}{\sin 53°} + \frac{3\times \tan 21°}{\tan 53°} + 7 + 3 \quad \text{en centimètre}}$$

Remarque : quand on calcule on veut les valeurs exactes sauf indications dans le texte Je ne peux utiliser le symbole « = » avec des valeurs approchées.

La calculatrice donne <u>une valeur approchée</u>. **<u>P ≈ 22,5 cm (arrondi au 10ème)</u>**

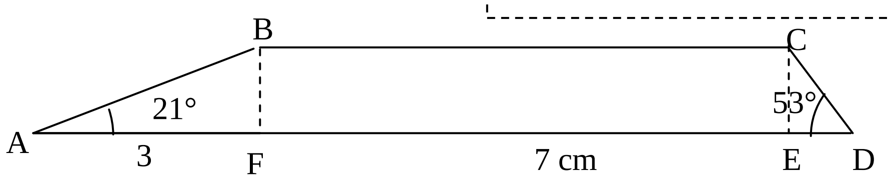
Calcule de l'aire du trapèze.

$$A = \frac{(B+b)\times h}{2}$$

$$A = \frac{(AF+FE+ED+BC)\times BF}{2}$$

$$A = \frac{(3+7+\frac{3\times \tan 21°}{\tan 53°}+7)\times 3\times \tan 21°}{2}\ \text{cm}^2$$

soit **<u>A≈10,29 cm²</u>**



b) la figure

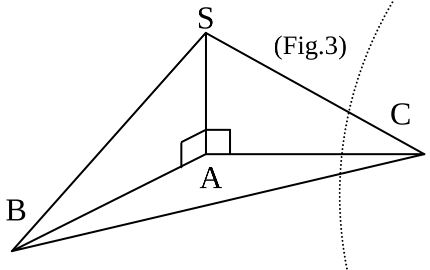
Exercice 6 (figure 3)

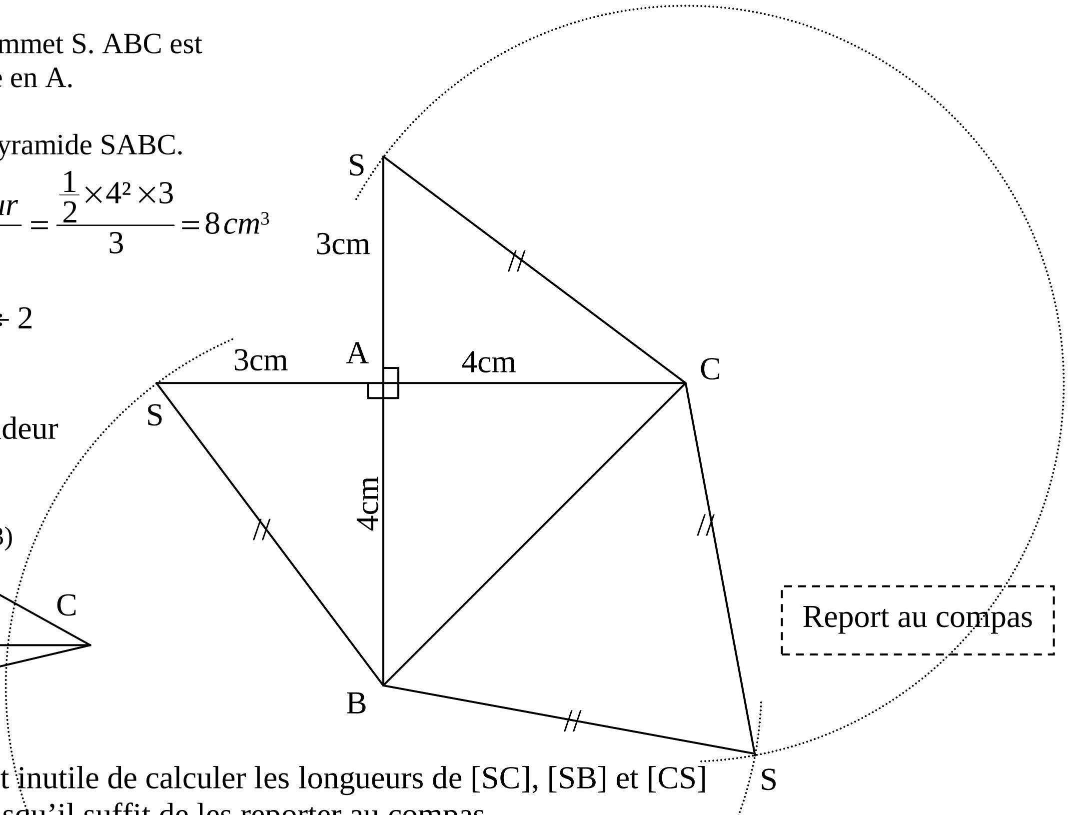
SABC est une pyramide de sommet S. ABC est un triangle rectangle et isocèle en A.
(AC=4 cm et SA=0,3dm).
1°) Calculer le volume de la pyramide SABC.

$$V_{pyramide} = \frac{aire\ base \times hauteur}{3} = \frac{\frac{1}{2}\times 4^2 \times 3}{3} = 8\,cm^3$$

Aire d'un triangle rectangle
= aire du rectangle associé ÷ 2
et 0,3 dm = 3 cm .

2°) Construire en vraie grandeur le patron de la pyramide.

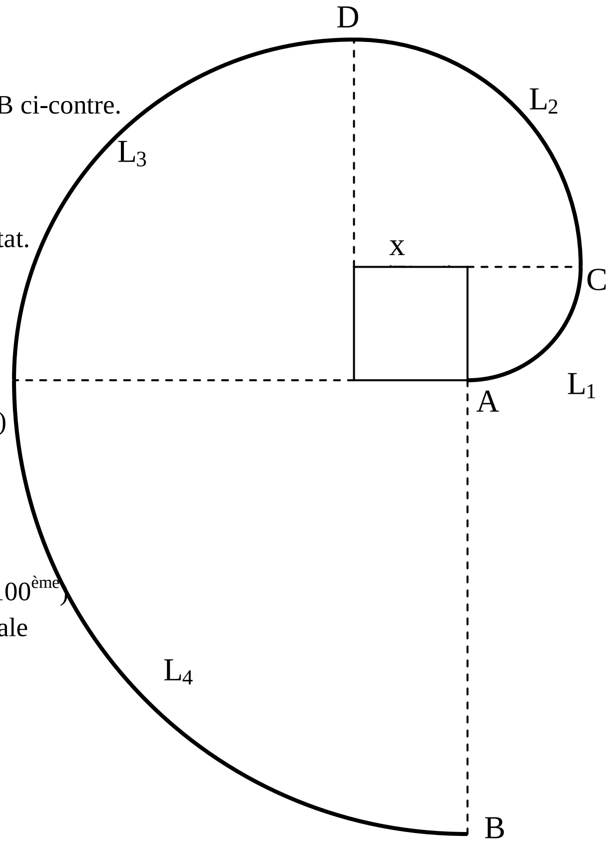




Remarque : On voit qu'il est inutile de calculer les longueurs de [SC], [SB] et [CS] c'est une perte de temps puisqu'il suffit de les reporter au compas.

Exercice 7 (figure 4)

A partir d'un carré de côté x et d'un compas on réalise la spirale de A à B ci-contre.



a) Réalisation de la spirale lorsque le côté du carré vaut 1,5 cm.
remarque : la spirale est constituée de Quatre quarts de cercle

b) Calculer la longueur de la spirale pour x = 1 cm
On donnera la valeur exacte puis un arrondi au 100ème du résultat.

Calcul de la longueur L_1 du quart de cercle d'extrémités A et C.

Longueur d'un cercle de rayon R $\quad 2\times\pi\times R$

Longueur du quart de cercle $\quad L_1 = (2\times\pi\times R)\div 4$

$L_1 = (2\times\pi\times 1)\div 4$

$L_1 = 0{,}5\pi$ cm (valeur exacte)

(On procède de la même manière pour les autres quart de cercle.)

Longueur de la spirale $\quad L = L_1 + L_2\ L_3 + L_4$

$L = 0{,}5\pi + \pi + 1{,}5\pi + 2\pi$

$L = 5\pi$ cm (valeur exacte)

soit $\quad L \approx 15{,}71$ cm (l'arrondi au 100ème)

c) Généralisation du problème en exprimant la longueur de la spirale en fonction de x.

Longueur du quart de cercle $\quad L_1 = (2\times\pi\times x)\div 4$

$L_1 = (2\times\pi\times 1)\div 4$

$L_1 = 0{,}5\pi \times x$

(On procède de la même manière pour les autres quart de cercle.)

Longueur de la spirale $\quad L = L_1 + L_2\ L_3 + L_4$

$L = 0{,}5\pi\times x + \pi\times x + 1{,}5\pi\times x + 2\pi\times x$

$L = (0{,}5\pi + \pi + 1{,}5\pi + 2\pi)\times x$

$L = 5\pi\times x$ cm (C. Q. F. D).

d) Le procédé qui au côté du carré associe la longueur
de la spirale est-il une application linéaire ?
J'appelle f l'application qui au côté du carré associe la longueur de la spirale
on a $\quad f : x \mapsto 5\,\pi\times x$
elle est de la forme
$f : x \mapsto ax$ donc c'est une application linéaire.
Son coefficient a vaut 5π.
(remarque (non demandé) : si le côté du carré double, la longueur de la spirale doublera)

e) Représenter graphiquement la longueur de la spirale en fonction de la longueur x
du carré pour x compris entre 0 et 4 cm.

La représentation graphique d'une application linéaire est une droite passant par l'origine. J'ai donc besoin de trouver un second point.

Déterminons l'image de 4 par l'application linéaire .

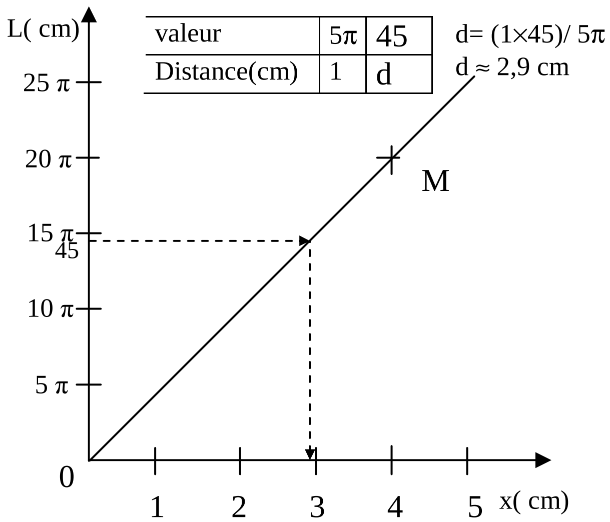
$F(4) = 5\,\pi\times 4 = 20\,\pi$.

La représentation graphique de f passe par l'origine et le point $M(4\ ;\ 20\,\pi)$

Remarque :
Pour trouver la place de l'ordonnée valant 45 cm, j'utilise un tableau de proportionnalité

valeur	5π	45
Distance(cm)	1	d

$d = (1\times 45)/\,5\pi$
$d \approx 2{,}9$ cm



f) Quelle valeur de x doit on prendre pour que la longueur de la spirale soit égale environ à 45 cm ?arrondi au mm

Résolvons l'équation $\quad 5\,\pi\times x = 45$

$$\frac{5\times\pi\times x}{5\times\pi} = \frac{45}{5\times\pi}$$

$$x = \frac{9}{\pi}$$

$d \approx 2{,}9$ cm

Qu'est-ce que je veux ? « x= »
Qu'est-ce qui me gêne ? la multiplication par 5 π
Comment me débarrasser de ce qui me gêne ? en divisant de chaque côté par 5 π

g) Montrer comment par le graphique on peut retrouver une valeur approchée de ce résultat.
(voir graphique..)

Le graphique est cohérent. La solution de l'équation semble être 2,9 cm.